

盐矿水溶开采固-液-热-传质耦合 数学模型与数值模拟^{*}

梁卫国 徐素国 李志萍 赵阳升

太原理工大学采矿研究所, 太原 030024

摘要 由于盐类矿物易溶于水的特性, 对盐类矿床的开采普遍采用水溶开采的方法. 盐矿水溶开采过程是一个固体变形、流体运移、矿物溶解、传质传热的复杂的物理化学过程. 文中在对上述复杂过程进行理论分析的基础上, 建立了盐矿水溶开采的固、流、热、传质耦合数学模型. 利用此模型, 采用有限元方法, 对盐矿双井对流水溶开采过程进行了数值模拟. 模拟结果表明, 该模型科学合理, 对指导工程实践具有一定的实际意义和应用价值.

关键词 盐矿 水溶开采 固-液-热-传质耦合 数学模型 数值模拟

盐矿床是一种特殊的矿床, 其矿物是一种重要的化工原料, 由于其特殊的地质条件和物理力学特性, 被认为是石油天然气储备和废物处置的理想场所. 自 20 世纪以来, 在德国、美国等一些国家, 水溶开采后的岩盐溶腔, 已被大量用作油气储库^[1,2]. 因此, 为加强对盐矿资源的综合开发利用, 在水溶开采的过程中建造合理形状尺寸的岩盐溶腔, 为日后作为油气储库或废物处置空间奠定基础, 对岩盐矿床开采以及岩盐溶腔建造过程的研究具有十分重要的意义.

由于盐类矿物易溶于水的特性, 对岩盐矿床的开采普遍采用水溶开采法^[3,4]. 它将水作为溶剂注入岩盐矿床, 对矿床中的盐类矿物就地溶解, 固体的岩盐矿物转变为流动状态的盐溶液, 然后将盐溶液采集、输运至地面进行加工利用. 盐类矿床水溶开采过程, 是一个水运移-矿物溶解、传热传质-矿层及其溶腔变形的复杂的物理化学、力学的相互作用过程. 具体地讲, 涉及水在岩盐溶腔中运移溶解矿床, 盐类矿物溶解, 并在水中对流、扩散、传热传质, 溶液浓度和温度不断变化, 矿层不断溶解变

形, 甚至破坏, 溶腔形状大小不断改变等. 对这一复杂过程的研究, 通常采用理论分析和数值模拟相结合的研究方法. 本文在对盐矿水溶开采物理化学过程进行理论分析的基础上, 建立了盐矿水溶开采固-液-热-传质耦合的数学模型, 并对双井对流水溶开采进行了相应的数值模拟.

1 盐矿水溶开采数学模型^[5~9]

1.1 溶液运动方程

在水溶开采的初期, 由于裂缝状溶腔高度较小, 水流速度较低, 裂缝中水的流动可视为不可压缩层流, 可以用平面渗流模型模拟裂缝中水的运动.

水在裂缝中的运动可以用连续性方程表述, 即

$$\operatorname{div}(\rho q) = \frac{\partial(n\rho)}{\partial t}, \quad (1)$$

式中 ρ 为溶液密度(g/cm^3); q 为单位时间流体体积通量(cm^3/s); n 为孔隙率(裂缝取 1); t 为时

2003-08-25 收稿, 2004-01-15 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 50174040, 50304011)

间(s).

在平面二维状态下, 取自然坐标, 沿裂缝面其渗流本构方程为

$$\begin{aligned} q_1 &= k_f \frac{\partial p}{\partial s_1}, \\ q_2 &= k_f \frac{\partial p}{\partial s_2}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$k_f = \frac{w^3}{12\mu},$$

$$\frac{\partial(n^0)}{\partial t} = \rho \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (3)$$

将(2)(3)两式代入(1)式得

$$k_f \frac{\partial^2 p}{\partial s_1^2} + k_f \frac{\partial^2 p}{\partial s_2^2} = \rho \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (4)$$

式中 p 为裂缝中的水压 (Pa); ρ 为溶液密度 (g/cm^3); w 为裂缝张开度 (cm); k_f 为裂缝渗透系数(沟槽流模型); s_1 与 s_2 为裂缝切向自然坐标.

随注水量的增加, 初始裂缝状溶腔的通道上, 岩盐不断溶解, 使得裂缝状溶腔高度逐渐增大. 当溶腔高度达到一定值时, 溶腔内的溶液流动不再服从 Darcy 定律, 而应用 Navier-Stokes 方程来求解水流运动规律,

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j}, \quad (5)$$

式中 V 为溶液流速 (m/s).

1.2 盐溶液扩散方程

水溶解矿层, 在矿层附近的水逐渐形成高浓度的溶液, 通过扩散和对流的两种传输方式, 使溶液浓度趋于均衡. Fick 扩散定律可以写成张量的形式^[10]

$$J_i = -D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}, \quad (6)$$

式中 J 是扩散通量的分量, C 是浓度, 且为空间和时间的函数, D_{ij} 是扩散系数分量, 根据扩散定律及

质量守恒定律, 可以得到盐类矿床溶液在水流中的对流扩散方程,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (C V_i) + I, \quad (7)$$

方程右端第一项为扩散造成溶液的运移; 第二项为对流产生的溶液运移, 称为对流扩散项. $I = f(\xi, C, T)$ 称为浓度源汇项, 它取决于单位固体矿物的溶解度 ξ , 溶液浓度和温度 T , 此规律通过实验获得.

对流扩散中的扩散系数: 在 Cartesian 坐标系中对各向同性的裂隙介质, 其流体扩散系数为

$$D_{ij} = \alpha_T V \delta_{ij} + (\alpha_L - \alpha_L) V_i V_j / V, \quad (8)$$

式中 V_i, V_j 为坐标方向的分速度, α_L, α_T 为横向及纵向的扩散度, δ_{ij} 为 Kroneker 单位矩阵.

1.3 溶腔中溶液的热传输方程

由于岩盐的溶解过程是一个吸放热的过程, 渗流扩散场同时也是一个温度场. 在温度场内, 存在着热量的传输, 温度的变化服从温度场方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_w c_{vw} T_w)}{\partial t} &= \lambda_w \Delta^2 T_w - (\rho_w c_{pw} T_w k_{fi} p_i) + \\ &Q(x, y, \eta). \end{aligned} \quad (9)$$

方程(9)为溶腔中盐溶液的传热方程, 式中各量分别为: ρ_w 为溶液的密度, c_{vw} 和 c_{pw} 分别为水的定容比热系数和定压比热系数, λ_w 为溶液热传导系数, T_w 为溶液温度. 方程中右端第一项为热传导项, 第二项为对流传热项, 第三项为热源或汇项, 它表示单位固体溶解吸收或释放的热量, 可以通过实验获得.

1.4 岩体变形方程

由于岩盐是一种软岩, 其变形特性具有明显的弹塑性特征, 因此, 在群井致裂水溶开采的过程中, 可将岩体固体骨架在孔隙压作用下的小变形, 视为是一种弹性变形, 它服从弹性力学的基本假设; 其次, 其弹性模量、Poisson比及其他固体变形参

数, 均不同程度地受流体的物理化学作用. 这样, 岩体变形主要决定于地应力、溶腔水压及岩盐溶解. 按照连续介质岩体的应力平衡方程与本构关系, 考虑岩盐溶解的影响, 水力压裂控制水溶开采围岩固体变形方程可描述为

$$(\lambda(p, \eta)) + \mu(p, \eta) u_{j, ij} + \mu(p, \eta) u_{i, ij} + F_i + (\alpha p)_{, i} = 0. \quad (10)$$

裂缝的变形就需采用 Goodman 节理单元模型, 其控制方程为

$$\begin{aligned} \sigma'_n &= K_n \epsilon_n, \\ \sigma'_s &= K_s \epsilon_s, \\ \sigma'_n &= \sigma_n - p, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 λ, μ 为岩体的 Lambert 常数; η 为与溶解特性有关的参数; u 为岩体位移; F_i 为岩体体积力; α 为有效应力系数.

1.5 岩盐水溶开采固-液-热-传质耦合数学模型

盐矿水溶开采过程, 是一个水运移-矿物溶解、传热传质-矿层及其溶腔变形的复杂的物理化学、力学的相互作用过程. 涉及水在岩盐溶腔中运移溶解矿床, 盐类化学矿物溶解, 并在水中对流、扩散、传热传质, 溶液浓度和温度不断变化, 矿层不断溶解变形, 甚至破坏, 溶腔形状大小不断改变等. 对这一复杂过程的研究, 将液体流动、岩盐溶解扩散、温度传输及固体裂缝变形等多因素进行耦合, 分析水溶开采过程中的多因素作用规律, 更加切合实际情形. 因此, 岩盐水溶开采的耦合数学模型可表示为

$$\begin{aligned} k_f \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + k_f \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2} &= \rho \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial \alpha}, \quad (\text{渗漏期}) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_1} &= \frac{\partial V_i}{\partial \alpha} + V_j \frac{\partial V_j}{\partial x_j}, \quad (\text{正常流}) \\ \frac{\partial C}{\partial \alpha} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} (C V_i) + I, \\ \frac{\partial (\rho_w c_{pw} T_w)}{\partial \alpha} &= \lambda_w \Delta^2 T_w - (\rho_w c_{pw} T_w k_{fi} p_i) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x, y, \eta), \\ (\lambda(p, \eta)) + \mu(p, \eta) u_{j, ij} + \mu(p, \eta) u_{i, ij} + \\ F_i + (\alpha p)_{, i} = 0, \\ \sigma'_n = K_n \epsilon_n, \\ \sigma'_s = K_s \epsilon_s, \\ \sigma'_n = \sigma_n - p, \end{aligned} \quad (12)$$

上述数学模型辅以必要的初始、边界条件, 并采用数值方法求解, 即可以获得盐矿水溶开采过程中, 固体变形、矿物溶解、溶液运移、传质传热规律, 可以有效地指导盐矿水溶开采以及岩盐溶腔的建造.

2 盐矿水溶开采的数值模拟

对于上述岩盐水溶开采多场耦合数学模型, 只能用数值方法求解. 在本文中, 对围岩固体及裂缝变形采用三维立体模型, 对流体运移、溶质扩散则采用平面模型. 将三维固体变形模型和渗流、扩散平面模型相结合, 分析各相关量的变化规律及相互作用规律. 对不同过程进行时间循环, 每一个循环内, 各种过程进行单独分析, 然后对相关参数进行耦合迭代来求解. 即在时刻 t_i 计算水压和自重应力作用下的固体变形与应力场, 确定初始裂纹状溶腔的高度; 将其代入裂缝流方程, 计算裂缝中水传输速度、规律及水压分布; 然后将溶液流速代入传质方程, 获取溶液的浓度分布; 根据溶液浓度分布确定矿物溶解速度及溶解厚度, 同时可根据矿物溶解情况, 获得矿物溶解放热或吸热的量, 从而获得温度场分布; 最后, 将温度场与浓度场耦合分析, 将所得结果作为相关参数带入下一次时间循环, 来确定矿层的溶解速度、溶解厚度、裂缝宽度以及渗流速度等. 如此循环, 即可获得岩盐水溶开采过程中各参量的分布与变化规律^{[10][11]}.

2.1 模拟模型及初始、边界条件

本文中对一井注水、一井出水的双井水力压裂连通水溶开采模型(如图 1), 进行了数值模拟. 求解方程的初始、边界条件分别为:

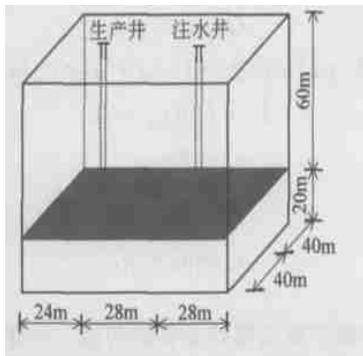


图 1 双井对流水溶开采物理模型

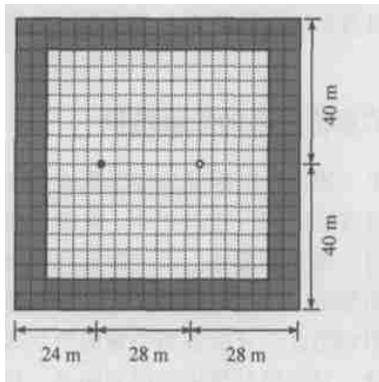


图 2 沿连通裂缝平面网格剖分图

(1) 固体变形方程

边界条件: 上部边界给定载荷 q , 为埋深 80 m 的上覆岩层重量; 前后左右为给定的相应侧向地应力约束, $\sigma_{h1} = \sigma_{h2} = \sigma_v$, h 表示水平的, v 表示垂直的; 底部为限定位移约束。

在裂缝内给定水压: $p = \sigma_v$ 。

(2) 渗流方程

初始条件: 注水点处注水量 $Q = 20 \text{ m}^3/\text{h}$, 生产井处给定水压 $p = 0.8 \text{ MPa}$;

边界条件: 固体单元几乎不渗透, 给定渗透系数, $k_f = 1.0 \times 10^{-4}$; 裂缝单元渗透系数 k_f , 由立方定律 $k_f = b^3/12\mu$ 给出。

(3) 扩散方程

初始条件: 注水井溶液浓度为 0.1 mol/L ;

边界条件: 岩体与溶液接触面浓度为饱和浓度 2.0 mol/L 。

(4) 温度方程

初始条件: 注水井温度为 $20 \text{ }^\circ\text{C}$;

边界条件: 出水井为自由边界条件。

由实验获得, 在溶解的过程中, 溶解单位质量 (1 kg) 的无水芒硝岩盐, 释放的热量为 200 kJ 。

2.2 数值模拟结果

在上述初始、边界条件的约束下, 对在多因素耦合作用下无水芒硝岩盐的溶解进行了数值模拟, 结果如下:

(1) 数值模拟结果表明, 在相距仅 28 m 的双井对流水溶开采通道上, 随着时间的延长及溶解的进行, 由于溶液浓度的差异, 注水井处岩盐的溶解速度明显高于出水井。在溶解 30 h 后, 注水井处岩盐的溶解厚度约为 0.3 m, 而出水井点处的溶解厚度则为 0.1 m。从注水井到出水井之间, 溶解厚度逐渐减小。图 3 为模拟开采 30 h 后岩盐溶腔的立体图, 从图中可以明显看出不同位置的溶解厚度, 在溶腔中部岩盐的溶解厚度较大, 而在四周部位溶解厚度则较小。图 4 所示为在水溶开采过程中, 过注、出水井连线铅垂剖面上岩盐溶解厚度随时间的变化曲线, 从中可以清楚看到双井对流溶腔铅垂方向的剖面形状, 在注水井附近岩盐溶解厚度明显大于出水井附近。

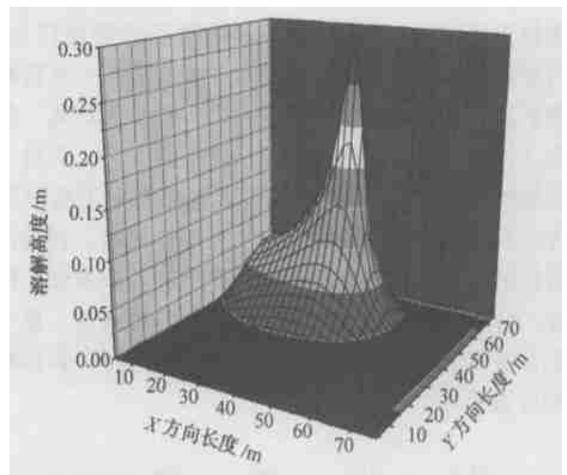


图 3 双井对流水溶开采数值模拟溶腔立体图 (30 h)

(2) 如图 5 所示, 为过注、出水井剖面上溶腔内溶液浓度随时间的变化曲线。由图可见, 沿水流运动通道上, 由于岩盐不断溶解的作用, 溶液浓度逐渐升高。注水井处溶液浓度最低, 到达出水井时达到最高并接近饱和。另外, 在水溶开采的初期, 整个溶腔内的溶液浓度普遍较低, 随着时间的延长及溶解的进行, 溶液浓度整体升高。溶解一段时间之

后, 溶腔内溶液浓度随时间的变化不明显, 基本趋于稳定.

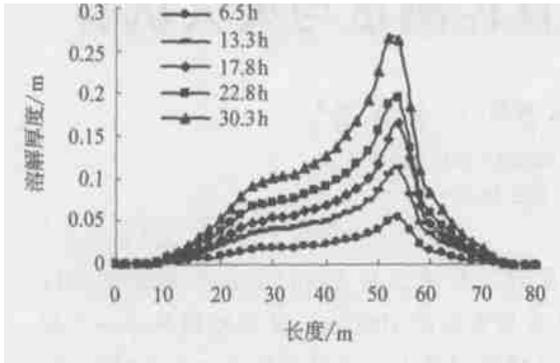


图 4 过注出水井剖面的溶解厚度随时间变化曲线

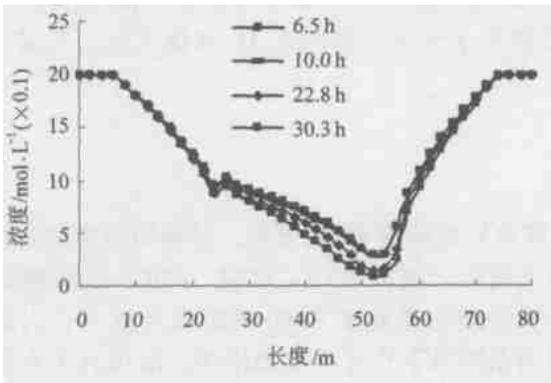


图 5 过注出水井剖面的溶液浓度随时间变化曲线

(3) 在水溶开采的过程中, 在单位时间内注水量给定的情况下, 溶腔内水压及溶液流速变化情况为: 在水溶开采的初期, 溶解通道狭窄, 注、出水井间阻力较大, 两井间水力梯度(水压差)较大, 溶液流速较高; 随溶解的进行, 溶解通道逐渐通畅, 两井间的水力梯度变小, 溶液流速降低. 另外, 由于注水井附近溶腔空间比出水井附近较大, 因此注水井附近的溶液流速低于出水井附近.

(4) 在水溶开采的过程中, 随无水芒硝岩盐溶解的进行, 溶液的温度在逐步升高, 同时岩盐溶解速度也逐步加快, 当溶液温度升高到 38℃左右时, 矿物溶解的速度不再随温度的升高而改变, 而趋于一定值. 此时溶液温度上升的速度也减慢.

3 结论

(1) 盐类矿床水溶开采过程, 是水在岩盐溶腔

中运移溶解矿床, 盐类矿物溶解在水中对流、扩散、传热传质, 使淡水逐渐变成溶液, 其浓度和温度不断变化, 矿层不断溶解变形, 溶腔形状大小都在不断改变, 这是复杂的物理化学、力学的相互作用过程.

(2) 在对岩盐水溶开采过程机进行综合理论分析的基础上, 建立了岩盐水溶开采的固体变形、液体流动、矿物溶解扩散、传质传热的耦合数学模型. 该数学模型是建立, 为分析解决岩盐水溶开采的复杂物理化学过程提供了理论依据.

(3) 对双井对流水溶开采无水芒硝岩盐的数值模拟结果表明, 注水井处岩盐溶解速度高于出水井处, 而溶液浓度的分布情形则正相反; 注水井附近较高的溶解速度, 导致其溶腔空间比出水井附近较大, 因此, 在给定注水量的情况下, 注水井附近的溶液流速低于出水井附近; 随溶解的进行, 溶液的温度逐步升高, 当温度达到 38℃左右时, 溶解速度降低, 温度升高缓慢.

(4) 数值模拟结果比较真实的反映了双井对流水溶开采岩盐的真实情形, 说明本文所建立的盐矿水溶开采固-流-热-传质耦合数学模型是科学的, 对盐矿水溶开采技术指导具有一定的理论意义和价值.

参 考 文 献

- 1 杨吉根. 略谈我国核废料岩盐处置的前景. 华东地质学院学报, 1989, 12(2): 55
- 2 Committee on the Waste Isolation Pilot Plant, etc. The Waste Isolation Pilot Plant. Washington D C: National Academy Press, 1996. 7~14
- 3 王清明. 我国水溶采矿技术的发展. 中国井矿盐, 1999, 30(5): 8
- 4 宣之强. 中国盐矿开发的历史回顾与前瞻. 化工矿产地质, 1997, 19(3): 203
- 5 梁卫国, 等. 岩盐水压致裂连通溶解的数学模型. 太原理工大学学报, 2002, 33(4): 361
- 6 Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. American Elsevier Publishing Company, 1972. 47~90
- 7 孔祥言. 高等渗流力学. 合肥: 中国科学技术出版社, 1999. 8
- 8 张也影. 流体力学. 北京: 高等教育出版社, 1990. 121
- 9 王补宣. 工程传热传质学. 北京: 科学出版社, 1998. 339
- 10 赵阳升. 有限元方法及其在采矿工程中的应用. 北京: 煤炭工业出版社, 1994. 128